
Fiche n° 16 (bis) : FIXATION DE PRIX EN MICRO-ÉCONOMIE

Une entreprise désire, pour la prochaine année, fixer le prix de vente du bien (en euros) qu'elle produit (noté bien V pour la suite). Le département de marketing de l'entreprise a estimé que le lien entre le prix de vente P_V et la demande annuelle Q_V était exprimé par la fonction suivante :

$$Q_V = 1000 - P_V.$$

Le coût pour produire chaque unité de V est de 400€. De plus, dans le but de satisfaire la demande et de ne pas accumuler de stock, l'entreprise produit exactement la quantité demandée (elle fonctionne en flux tendus).

1. Exprimer le profit annuel en fonction de P_V .
2. Trouver le prix du bien V qui maximise le profit annuel, et donner le profit alors obtenu.

L'entreprise désire également lancer sur le marché le bien N , complémentaire au bien V . Elle désire également fixer le prix de vente de ce bien. Puisque le bien N est complémentaire au bien V , la quantité demandée Q_N du bien N variera non seulement en fonction du prix P_N du bien N , mais aussi de P_V , selon la fonction suivante :

$$Q_N = 2000 - P_V - 4P_N.$$

Le coût pour produire chaque unité du bien N est de 100€. Comme pour le bien V , l'entreprise produit exactement la quantité demandée du bien N .

3. Supposons que l'on fixe le prix du bien V à celui trouvé à la question 2. Trouver alors le prix du bien N qui permettrait de maximiser le profit obtenu sur la vente du bien N .

Le patron de l'entreprise, qui n'a pas fait ECE, pense qu'en combinant les deux solutions obtenues précédemment, le profit global de l'entreprise est maximisé puisqu'à chaque fois, on maximise le profit sur la vente de chaque bien...

4. Prouver qu'il a tort.

Indication : On calculera les extrema locaux d'une fonction à deux variables bien choisie, et on réfléchira...

On souhaite maintenant prouver de manière rigoureuse et mathématique l'optimalité du profit trouvé dans la question précédente.

5. Montrer que le profit sur les deux biens V et N peut s'écrire sous la forme $f(P_V, P_N)$, avec :

$$f(x, y) = 144000 - \left(x + \frac{y}{2} - 750\right)^2 - \frac{15}{4}(y - 220)^2.$$

6. Conclure.

L'entreprise dispose de 10000h de main d'œuvre durant la prochaine année pour la production des biens V et N . La production d'une unité exige 20h pour le bien V et 5h pour le bien N . Le patron de l'entreprise désire utiliser toutes les heures disponibles pour la production des deux biens, et cherche toujours à maximiser le profit sur les deux biens.

7. Écrire la condition qui lie P_V et P_N .
8. Écrire le Lagrangien associé au problème.
9. Déterminer le profit maximal sous la contrainte de main d'œuvre.
10. Quel est le signe du multiplicateur de Lagrange λ trouvé à la question précédente ? Comment l'interpréter ?
11. Le patron prend-il une bonne décision en exigeant d'utiliser toutes les heures de main d'œuvre disponibles ?
12. Aurait-on pu procéder d'une autre manière pour résoudre ce problème d'optimisation sous contrainte ?