

NOM :

Lycée Ozenne

Toulouse

PRÉNOM :

ECE5

DS n° 5 : Interrogation (30 mn)

LOIS DE PROBABILITÉS USUELLES

À propos d'un magasin, on considère les variables aléatoires discrètes Z , X et Y qui, à une journée ouvrable prise au hasard, associent respectivement le nombre de clients qui achètent lors de cette journée dans le magasin, le nombre parmi eux qui règlent leurs achats par carte bancaire et le nombre parmi eux qui les règlent par un autre moyen de paiement. On suppose que :

- la variable aléatoire Z suit une loi de Poisson, de paramètre $\lambda > 0$;
- la probabilité qu'un client pris au hasard règle ses achats par carte bancaire est égale à p , où p est un nombre réel tel que $0 < p < 1$;
- le moyen de paiement de tout client qui achète lors d'une journée ouvrable dans le magasin est indépendant du moyen de paiement de tout autre client qui achète lors de cette journée dans le magasin.

1. Pour $(k, n) \in \mathbb{N}^2$, calculer la probabilité $P_{(Z=n)}(X = k)$.
2. Déterminer la loi de la variable aléatoire X .
3. Par analogie, donner la loi de la variable aléatoire Y .
4. Étudier l'indépendance des variables aléatoires X et Y .

Indication : On calculera $P((X = k) \cap (Y = \ell))$ et le produit $P(X = k)P(Y = \ell)$ pour $(k, \ell) \in \mathbb{N}^2$.