Programme de colle n^{o} 10

Semaine du 6 au 10 décembre 2010

Reprise du programme précédent, agrémenté de la théorie des suites réelles. Les équivalents peuvent figurer dans les exercices proposés, mais **de manière très élémentaire et guidée** (ils figureront pleinement au prochain programme de colle).

À noter l'extrait du programme officiel : « la définition à l'aide des ε et n_0 doit être présentée aux élèves, mais aucune technicité ne doit être attendue d'eux. Un exercice comme la convergence au sens de Cesaro est notamment contraire à l'esprit du programme. »

Les suites extraites sont également hors-programme (sauf la question de cours les concernant).

Questions de cours :

1. Reprise des questions de cours de la semaine passée.
2. Cardinal de $\mathcal{P}(E)$ où E est un ensemble fini.
3. Nombre d'injections entre ensembles finis.
4. Injectivité, surjectivité et bijectivité sont les mêmes notions pour une application $f : E \to F$ quand E et F sont finis de même cardinal.
5. Nombre d'applications strictement croissantes entre ensembles finis.
6. Formule des probabilités composées.
7. Formules de Bayes et des probabilités totales.
8. Une suite (u_n) converge vers ℓ *ssi* les deux suites (u_{2n}) et (u_{2n+1}) convergent vers ℓ.
9. Théorème d'encadrement (dit « des gendarmes »).
10. Théorème des suites adjacentes.

Thème de la colle :

Ensembles finis ; dénombrement :
Ensembles finis, notion de cardinal (c'est la notion intuitive de nombre d'éléments). Injections, surjections et bijections entre ensembles finis. Arrangements, permutations et combinaisons. Formule du crible de Poincaré.

Espaces probabilisés finis
Expérience aléatoire, univers ; espaces probabilisés finis ; équiprobabilité ; probabilités conditionnelles.

Suites réelles
Vocabulaire des suites (positive, majorée, minorée, bornée, monotone) ; limite, convergence, divergence ; relation d'ordre et passage à la limite ; théorèmes d'encadrement (des gendarmes), de minoration et de majoration ; théorème de la limite monotone ; théorème des suites adjacentes.

Programme des colles n$^{\text{os}}$ 8 & 9

Semaines du 22 au 26 novembre et du 29 novembre au 3 décembre 2010

Reprise du programme précédent, agrémenté de la théorie des probabilités. Attention : on se limitera aux espaces probabilisés finis. Les élèves doivent au maximum donner explicitement l'univers dans lequel ils travaillent.

En deuxième semaine, les suites récurrentes classiques (arithmétiques, géométriques, arithmético-géométriques, linéaires d'ordre 2 à coefficients constants) auront été étudiées en cours, et peuvent figurer dans les exercices proposés.

Questions de cours :

1. Reprise des questions de cours de la semaine passée.
2. Définition d'injection, surjection, bijection + une application réelle strictement monotone est injective.
3. Composée deux injections, surjections, bijection.
4. Cardinal de $\mathcal{P}(E)$ où E est un ensemble fini.
5. Nombre d'injections entre ensembles finis.
6. Injectivité, surjectivité et bijectivité sont les mêmes notions pour une application $f : E \to F$ quand E et F sont finis de même cardinal.
7. Nombre d'applications strictement croissantes entre ensembles finis.
8. Formule des probabilités composées.
9. Formules de Bayes et des probabilités totales.

Thème de la colle :

Théorie des ensembles :
Apartenance, inclusion, égalité d'ensembles, opérations sur les ensembles (réunion, intersection, complémentaire). Utilisation des fonctions caractéristiques (ou indicatrices).

Vocabulaire des applications :
Injection, surjection, bijection ; images directe et réciproque.

Ensembles finis ; dénombrement :
Ensembles finis, notion de cardinal (c'est la notion intuitive de nombre d'éléments). Injections, surjections et bijections entre ensembles finis. Arrangements, permutations et combinaisons. Formule du crible de Poincaré.

Espaces probabilisés finis
Expérience aléatoire, univers ; espaces probabilisés finis ; équiprobabilité ; probabilités conditionnelles.

Programme de colle n^o 7

Semaine du 15 au 19 novembre 2010

Reprise du programme précédent, agrémenté de la théorie des ensembles finis .
La colle doit commencer par une formule de trigonométrie, la réponse devant être immédiate, puis comporter au moins un exercice simple d'une fonction dont on étudie l'injectivité, la surjectivité et la bijectivité éventuelles.

Questions de cours :

1. Reprise des questions de cours de la semaine passée.
2. Formulaire de trigonométrie : énoncés et preuves.
3. Distributivité de la réunion et de l'intersection d'ensembles de l'une sur l'autre.
4. Lois de De Morgan pour les ensembles (complémentaire d'une réunion, d'une intersection d'une famile d'ensembles).
5. Définition d'injection, surjection, bijection + une application réelle strictement monotone est injective.
6. Composée deux injections, surjections, bijection.
7. Cardinal de $\mathcal{P}(E)$ où E est un ensemble fini.
8. Nombre d'injections entre ensembles finis.
9. Injectivité, surjectivité et bijectivité sont les mêmes notions pour une application $f : E \to F$ quand E et F sont finis de même cardinal.
10. Nombre d'applications strictement croissantes entre ensembles finis.

Thème de la colle :

LOGIQUE :
Raisonnements par l'absurde, par récurrence ; contraposée... ; quantificateurs (négation...)

MANIPULATION DES SYMBOLES $\sum$ ET $\prod$:
Exemples simples de sommes simples, doubles (interversion des signes $\sum$), téléscopiques. Produits, factorielles.

THÉORIE DES ENSEMBLES :
Apartenance, inclusion, égalité d'ensembles, opérations sur les ensembles (réunion, intersection, complémentaire). Utilisation des fonctions caractéristiques (ou indicatrices).

VOCABULAIRE DES APPLICATIONS :
Injection, surjection, bijection ; images directe et réciproque.

ENSEMBLES FINIS ; DÉNOMBREMENT :
Ensembles finis, notion de cardinal (c'est la notion intuitive de nombre d'éléments). Injections, surjections et bijections entre ensembles finis. Arrangements, permutations et combinaisons. Formule du crible de Poincaré.

BCPST 1.2 — Lycée Pierre de Fermat
Année 2010-2011 — Toulouse

Programme de colle n° 6

Semaine du 8 au 12 novembre 2010 + jeudi 4 novembre

Reprise du programme précédent, agrémenté du vocabulaire des applications.
La colle doit comporter au moins un exercice simple d'une fonction dont on étudie l'injectivité, la surjectivité et la bijectivité évnetuelles.

Questions de cours :

1. Reprise des questions de cours de la semaine passée.
2. Formulaire de trigonométrie : énoncés et preuves.
3. Calcul des sommes classiques : $\sum_{k=0}^{n} k$, $\sum_{k=0}^{n} k^2$, $\sum_{k=0}^{n} k^3$.
4. Formule du binôme de Newton : énoncé et preuve.
5. Calcul d'une somme téléscopique : $\sum_{k=0}^{n} (a_{k+1} - a_k) = a_{n+1} - a_0$.
6. Calcul d'une somme géométrique.
7. Distributivité de la réunion et de l'intersection d'ensembles de l'une sur l'autre.
8. Lois de De Morgan pour les ensembles (complémentaire d'une réunion, d'une intersection d'une famile d'ensembles).
9. Définition d'injection, surjection, bijection + une application réelle strictement monotone est injective.
10. Composée deux injections, surjections, bijection.

Thème de la colle :

Logique :
Raisonnements par l'absurde, par récurrence ; contraposée... ; quantificateurs (négation...)

Manipulation des symboles $\sum$ et $\prod$:
Exemples simples de sommes simples, doubles (interversion des signes $\sum$), téléscopiques. Produits, factorielles.

Théorie des ensembles :
Apartenance, inclusion, égalité d'ensembles, opérations sur les ensembles (réunion, intersection, complémentaire). Utilisation des fonctions caractéristiques (ou indicatrices).

Vocabulaire des applications :
Injection, surjection, bijection ; images directe et réciproque.

Programme de colle n° 5

Semaine du 18 au 22 octobre 2010

Reprise du programme précédent, agrémenté de la théorie des ensembles.

Questions de cours :

1. Reprise des questions de cours de la semaine passée.
2. Formulaire de trigonométrie : énoncés et preuves.
3. Calcul des sommes classiques : $\sum_{k=0}^{n} k$, $\sum_{k=0}^{n} k^2$, $\sum_{k=0}^{n} k^3$.
4. Formule du binôme de Newton : énoncé et preuve.
5. Calcul d'une somme téléscopique : $\sum_{k=0}^{n}(a_{k+1} - a_k) = a_{n+1} - a_0$.
6. Calcul d'une somme géométrique.
7. Distributivité de la réunion et de l'intersection d'ensembles de l'une sur l'autre.
8. Lois de De Morgan pour les ensembles (complémentaire d'une réunion, d'une intersection d'une famile d'ensembles).

Thème de la colle :

LOGIQUE :
Raisonnements par l'absurde, par récurrence ; contraposée... ; quantificateurs (négation...)

MANIPULATION DES SYMBOLES $\sum$ ET $\prod$:
Exemples simples de sommes simples, doubles (interversion des signes $\sum$), téléscopiques. Produits, factorielles.

THÉORIE DES ENSEMBLES :
Apartenance, inclusion, égalité d'ensembles, opérations sur les ensembles (réunion, intersection, complémentaire). Utilisation des fonctions caractéristiques (ou indicatrices).

BCPST 1.2 | Lycée Pierre de Fermat
Année 2010-2011 | Toulouse

Programme des colles n° 3 et n° 4

Semaines du 4 au 15 octobre 2010

Reprise du programme précédent, agrémenté de logique et de manipulation des symboles $\sum$ et $\prod$.

Questions de cours :

1. Reprise des questions de cours de la semaine passée.
2. Formulaire de trigonométrie : énoncés et preuves.
3. Montrer par l'absurde que $\sqrt{2}$ est irrationnel (deux méthodes possibles).
4. Calcul des sommes classiques : $\sum\limits_{k=0}^{n} k$, $\sum\limits_{k=0}^{n} k^2$, $\sum\limits_{k=0}^{n} k^3$.
5. Formule du binôme de Newton : énoncé et preuve.
6. Calcul d'une somme téléscopique : $\sum\limits_{k=0}^{n} (a_{k+1} - a_k) = a_{n+1} - a_0$.

Thème de la colle :

NOMBRES COMPLEXES :
reprise du programme précédent.

LOGIQUE :
Raisonnements par l'absurde, par récurrence ; contraposée... ; quantificateurs (négation...)

MANIPULATION DES SYMBOLES $\sum$ ET $\prod$:
Exemples simples de sommes simples, doubles (interversion des signes $\sum$), téléscopiques. Produits, factorielles.

Programme de colle n° 2

Semaine du 27 septembre au 1er octobre 2010

Reprise du programme précédent, agrémenté de notions de logique. On insistera surtout sur les récurrences, dont la rédaction doit être parfaite. Une linéarisation ou une factorisation trigonométrique doit être proposée à chaque élève.

Questions de cours :

1. Première inégalité triangulaire ($|z+z'| \leq |z|+|z'|$). Énoncé, démonstration. Interprétation géométrique.
2. Deuxième inégalité triangulaire ($\big||z'|-|z|\big| \leq |z'-z|$). Énoncé, démonstration (en admettant la première inégalité).
3. Expliquer la transformation d'une expression du type $a\cos x + b\sin x$.
   Exemple : résoudre dans $\mathbb{R}$: $\cos x - \sqrt{3}\sin x = 1$.
4. Formules d'Euler : énoncé, démonstration.
   Application : (factorisation par l'angle moitié) transformer les expressions $1 - e^{i\alpha}$ et $e^{i\alpha} + e^{i\beta}$.
5. Linéarisation
6. Formules de trigonométrie $\cos / \sin / \tan(a \pm b)$, $\cos a \pm \cos b$, $\sin a \pm \sin b$: énoncé et démonstration.
7. Montrer par l'absurde que $\sqrt{2}$ est irrationnel (deux méthodes possibles).

Thème de la colle :

MANIPULATIONS DES NOMBRES RÉELS :
Inégalités, valeurs absolues, signe d'un trinôme, somme et produit des racines.

NOMBRES COMPLEXES :

Premières définitions :
Forme algébrique d'un nombre complexe. Plan complexe. Conjugué.

Forme géométrique :
Module. Ensemble des arguments d'un complexe non-nul. Exponentielle complexe. Formules d'Euler. Formule de Moivre. Forme trigonométrique d'un nombre complexe non-nul. Racines $n^{\text{ièmes}}$ de l'unité.
Remarque : Les connaissances sur les racines $n^{\text{ièmes}}$ de l'unité sont succintes : définition, interprétation géométrique, somme.

Linéarisation d'expressions trigonométriques :
Linéarisation de $\cos^n \theta \sin^m \theta$.
Remarque : La formule du binôme de Newton n'est pas exigible, seule sa mise en oeuvre avec le triangle de Pascal l'est.

Équations du second degré à coefficients réels :
Résolution. Relations entre coefficients et racines.

LOGIQUE :
Raisonnement par l'absurde, par récurrence ; contraposée.

BCPST 1.2 | Lycée Pierre de Fermat
Année 2010-2011 | Toulouse

PROGRAMME DE COLLE N$^{\text{o}}$ 1

Semaine du 20 au 24 septembre 2010

Questions de cours :

1. Première inégalité triangulaire ($|z+z'| \leq |z|+|z'|$). Énoncé, démonstration. Interprétation géométrique.
2. Deuxième inégalité triangulaire ($\big||z'|-|z|\big| \leq |z'-z|$). Énoncé, démonstration (en admettant la première inégalité).
3. Expliquer la transformation d'une expression du type $a\cos x + b\sin x$.
   Exemple : résoudre dans $\mathbb{R}$: $\cos x - \sqrt{3}\sin x = 1$.
4. Formules d'Euler : énoncé, démonstration.
   Application : (factorisation par l'angle moitié) transformer les expressions $1 - e^{i\alpha}$ et $e^{i\alpha} + e^{i\beta}$.
5. Linéarisation
6. Formules de trigonométrie $\cos(a+b)$, $\cos(a-b)$, $\sin(a+b)$, $\sin(a-b)$, $\tan(a+b)$, $\tan(a-b)$, $\cos 2x$, $\sin 2x$, $\tan 2x$: énoncé et démonstration.

Thème de la colle :

MANIPULATIONS DES NOMBRES RÉELS :
Inégalités, valeurs absolues, signe d'un trinôme, somme et produit des racines.

NOMBRES COMPLEXES :

Premières définitions :
Forme algébrique d'un nombre complexe. Plan complexe. Conjugué.

Forme géométrique :
Module. Ensemble des arguments d'un complexe non-nul. Exponentielle complexe. Formules d'Euler. Formule de Moivre. Forme trigonométrique d'un nombre complexe non-nul. Racines $n^{\text{ièmes}}$ de l'unité.
Remarque : Les connaissances sur les racines $n^{\text{ièmes}}$ de l'unité sont succintes : définition, interprétation géométrique, somme.

Linéarisation d'expressions trigonométriques :
Linéarisation de $\cos^n\theta \sin^m\theta$.
Remarque : La formule du binôme de Newton n'est pas exigible, seule sa mise en oeuvre avec le triangle de Pascal l'est.

Équations du second degré à coefficients réels :
Résolution. Relations entre coefficients et racines.